

## Granice ciągów i funkcji, pochodne funkcji - zadania

Zadanie 1. Obliczyć granice ciągów:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3n + 2}{2n^3 + 7} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{(n - \sqrt{2})^2} \\ \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} & \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n \end{array}$$

Zadanie 2. Obliczyć granice funkcji:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{4x^2 - 4} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - 1} \end{array}$$

Zadanie 3. Zbadać ciągłość funkcji w podanym punkcie:

$$\begin{array}{l} \text{a) } f(x) = \sin x \text{ w punkcie } x = \frac{\pi}{4} \\ \text{b) } f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{dla } x \geq 0 \\ x & \text{dla } x < 0 \end{cases} \text{ w punkcie } x = 0 \end{array}$$

Zadanie 4. Obliczyć granice funkcji:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2})$$

Zadanie 5. Zbadać parzystość funkcji:  $f(x) = |x| \cdot x^2$

Zadanie 6. Zbadać parzystość funkcji  $f(x) = 1 - x^3$

Zadanie 7. Obliczyć pochodne funkcji:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = e^{x^2} & \text{b) } f(x) = \ln(x^2 + 1) \\ \text{c) } f(x) = \sin x^2 & \text{d) } f(x) = \sin^2 x \\ \text{e) } f(x) = a^x & \text{f) } f(x) = \log_a x \\ \text{g) } f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \end{array}$$